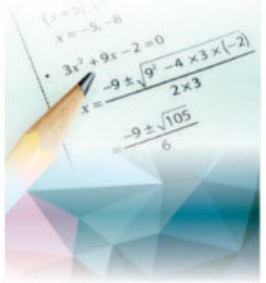
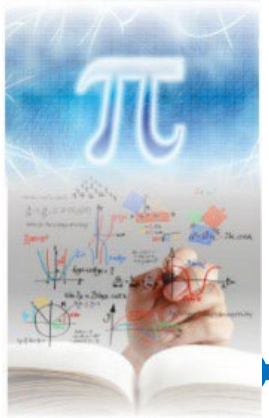
PITAGORAS
ACADEMIA

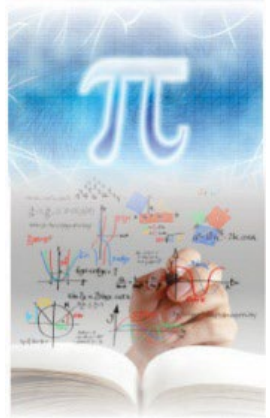
ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

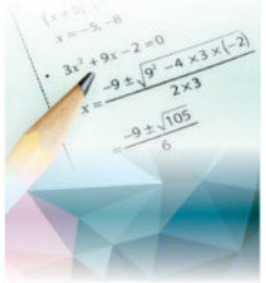


INTERÉS, DESCUENTO Y ESTADÍSTICA

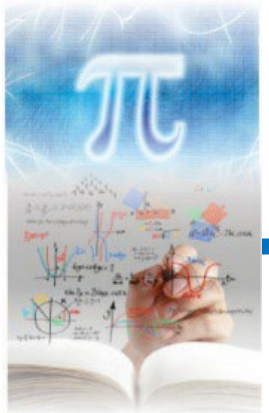


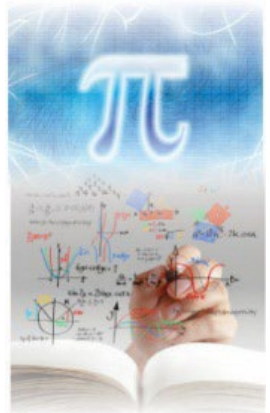


MOMENTO DE PRACTICAR



PROBLEMAS





PROBLEMAS

01. Dos capitales suman 7 000 soles el primero se deposita al 4% mensual y el segundo al 6% bimestral y al cabo de un año los montos obtenidos suman 9 820 soles. Determine la diferencia de dichos capitales.

A) 1700 B) 1800 C) 1900
D) 2000 E) 2100

En interés simple

$M = C + I$

$M = C + C \cdot r\% \cdot t$

$\boxed{M = C(1 + r\% \cdot t)}$

Resolución:

$* C_1 + C_2 = 7000 \quad \ldots (1)$

C_1 ; 48% anual ; 1 año $\rightarrow M_1$

C_2 ; 36% anual ; 1 año $\rightarrow M_2$

Dato $M_1 + M_2 = 9820$

$C_1(1 + 48\% \cdot 1) + C_2(1 + 36\% \cdot 1) = 9820$

$1{,}48C_1 + 1{,}36C_2 = 9820$

$1{,}36(\underbrace{C_1 + C_2}_{7000}) + 0{,}12C_1 = 9820 \rightarrow C_1 = 2500$

En (1) $2500 + C_2 = 7000 \rightarrow C_2 = 4500$

Piden $C_2 - C_1 = 2000$

02. Dos capitales que se diferencian en 300 dólares se depositan en un banco, ganando interés simple. El mayor al 4% y el menor al 6%; luego de 3 años, los montos son iguales. Calcule el capital menor, en dólares.

A) 4000 B) 4800 C) 5000
D) 5400 E) 5600

$M = C(1 + r\%.t)$

Resolución:

* $C_1 - C_2 = 300$
* C_1 ; 4% anual ; 3 años $\rightarrow M_1$
  C_2 ; 6% anual ; 3 años $\rightarrow M_2$

Dato: $M_1 = M_2$

$C_1(1 + 4\%.3) = C_2(1 + 6\%.3)$

$112\%.C_1 = 118\%.C_2$

$\frac{C_1}{118} = \frac{C_2}{112} = \frac{300}{6} = 50$

Piden $C_2 = \$5600$

PROBLEMAS

03. Sebastián impone el 40% de un capital al 4% semestral de interés simple durante 1 año. Si para el mismo tiempo el resto lo impone al x% trimestral, este produce un interés simple que es el 75% del anterior. Determine x.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

40% 100k = 40k

En interés simple

$I = C r\% t$

Resolución:

Sea $C = 100k$

$C_1 = 40k$; 8% anual ; 1 año $\rightarrow I_1$

$C_2 = 60k$; 4x% anual ; 1 año $\rightarrow I_2$

Dato $I_2 = 75\% I_1$

$$60k \cdot \frac{4x}{100} \times 1 = \frac{3}{4}\left(40k \cdot \frac{8}{100} \times 1\right)$$

Resolv. $x = 1$

PROBLEMAS

04. Un capital de 1000 dólares se deposita al 10% durante 3 años ¿Cuál es la diferencia (en dólares) de montos al usar interés simple y compuesto con capitalización anual?

A) 28 B) 29 C) 30
D) 31 E) 32

$M = C(1 + r\%.t)$

$M = C(1 + r\%)^t$

Resolución:

$C = \$1000$; $r\% = 10\%$ anual ; $t = 3$ años

1°) Con interés simple

$M_1 = 1000(1 + 10\%.3) \rightarrow M_1 = \$1300$

2°) Con capitalización anual

$M_2 = 1000(1 + 10\%)^3 \rightarrow M_2 = \$1331$

Piden $M_2 - M_1 = \$31$

PROBLEMAS

05. Se tiene cierto capital el cual es prestado al 20% anual con capitalización semestral ¿En qué porcentaje aumentaría el interés anual producido por dicho capital, si en lugar de que la capitalización sea semestral fuera trimestral?

A) 1,96 B) 2,14 C) 2,62
D) 3,02 E) 3,24

En interés compuesto

$$M = C(1+r\%)^t$$

Resolución:

Capital: C ; r% = 20% anual ; t = 1 año

1°) Con capitalización semestral

$M_1 = C(1+10\%)^2 = 1,21C \rightarrow I_1 = \boxed{0,21C}$ ⇒ total

2°) Con capitalización trimestral

$M_2 = C(1+5\%)^4 = 1,2155C \rightarrow I_2 = 0,2155C$

Pide $\Delta I = I_2 - I_1$

$\Delta I = \boxed{0,0055C}$ → parte

Piden $\frac{0,0055C}{0,21C} \times 100\% = 2,62\%$

∴ Aumentaría en 2,62%

PROBLEMAS

06. ¿Cuál es el rendimiento anual efectivo de una cuenta que paga una tasa nominal de 6,50% compuesto trimestralmente?

A) 6,75% B) 6,66% C) 6,9%
D) 7% E) 7,5%

✓ En 1 año

$I = X\%.C$

↓

TEA

$M = C(1+r\%)^t$

Resolución:

Capital: C

r% = 6,5% anual <> 1,625% trimestral

Capitalización trimestral

* En 1 año <> 4 trimestres

$M = C(1+1,625\%)^4 = C(1,01625)^4$

$M = 1,0666C = 106,66\%.C$

Rpta $I = 6,66\%.C$

↓

∴ TEA = 6,66%

PROBLEMAS

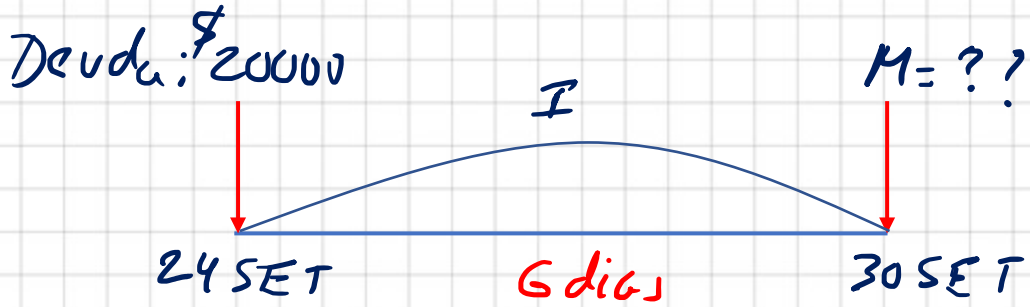
07. ¿Qué monto deberá pagarse por una deuda de $20 000, vigente desde el 24 al 30 de setiembre de este año, si el banco cobra una T.E.M. del 2,5%? (1,025)1/5 = 1,00495

A) 20119,3 B) 20229,1 C) 20099,01
D) 21999,2 E) 22113,1

TEM: Tasa efectiva mensual
TEA: Tasa efectiva anual

$$M = C(1+r\%)^{t}$$

Resolución:



TEM = 2,5%

Pide $6d = \frac{6}{30}\ m = \frac{1}{5}$ meses

Piden

$$M = 20000(1+2,5\%)^{\frac{1}{5}}$$

$$M = 20000(1,025)^{\frac{1}{5}} = 20000(1,00495)$$

$$M = 20099$$

PROBLEMAS

08. Se coloca \$10 000 al 5% con capitalización continua, en dos años el interés obtenido es:

$$\left(e^{0,1} = 1,105\right)$$

A) 720 B) 730 C) 750
D) 975 E) 1050

Resolución:

Capitalización continua

$C = \$10000$

$r\% = 5\%$ anual

$t = 2$ años

Piden $I = M - C = Ce^{r\%\cdot t} - C$

$I = C(e^{r\%\cdot t} - 1)$

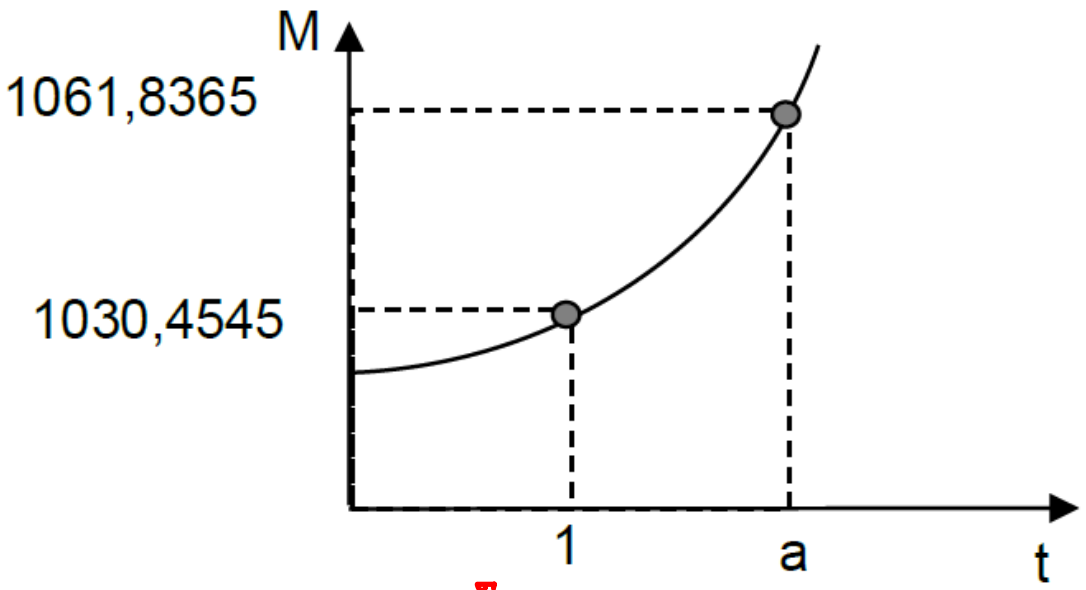
$I = 10000[e^{5\%\cdot 2} - 1] = 10000(e^{0,1} - 1)$

$I = 10000(0,105) = \$1050$

PROBLEMAS

09. Sea la gráfica que representa el comportamiento de un proceso financiero a interés continuo, a una tasa de 3% anual. Halle a en años.

Ln 1,03045= 0,0299



A) 1,505 B) 1,996 C) 2,214

D) 2,454 E) 2,526

En interés continuo $M = Ce^{r\%t}$

Resolución:

Se presta a interés continuo

r% = 3% anual

Del gráfico

Cuando $t=1 \rightarrow Ce^{3\%.1} = 1030,4545$ ... (1)

Cuando $t=a \rightarrow Ce^{3\%.a} = 1061,8365$ ... (2)

(2) ÷ (1) $e^{3\%(a-1)} = 1,03045$

$Ln\, e^{3\%(a-1)} = Ln\, 1,03045$

$3\%(a-1)\underbrace{Ln\, e}_{1} = 0,0299$

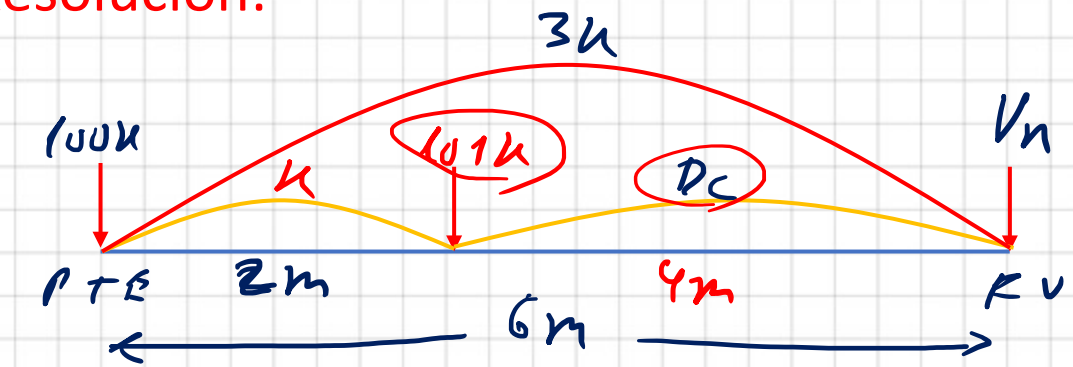
$a = 1,996$

10. Se tiene una letra que vence dentro de 6 meses, si se descuenta hoy día su descuento comercial representaría el 3% de su valor actual. Si se descuenta dentro de 2 meses ¿Qué porcentaje de su valor actual representará dicho descuento?

A) 2,5 B) 2,4 C) 2,1
D) 1,98 E) 1,92

$\frac{D_c}{t} = cte$

Resolución:



Se cumple $\frac{3u}{6} = \frac{D_c}{4} \rightarrow D_c = 2u$

Piden $\frac{2u}{101u} \cdot 100\% = 1,98\%$

RPTA: 1,98%

PROBLEMAS

11. El valor actual de una letra es de S/.2535, la suma de su valor nominal y el descuento respectivo es S/. 2665. Determine el tiempo de vencimiento en meses, si la tasa de descuento es del 6%.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

$V_A = V_n - D_c$

$D_c = V_n \cdot r\% \cdot t$

Resolución:

$r\% = 6\%$ anual ; t meses = ?!

$V_A = 2535$

$V_n + D_c = 2665$ ---(1)

$V_n - D_c = 2535$ (+)

$2V_n = 5200 \rightarrow V_n = 2600$

En (1) $D_c = 65$

$2600 \cdot \frac{6}{100} \cdot \frac{t}{12} = 65 \rightarrow t = 5$

$\therefore$ Rpta: 5 meses

PROBLEMAS

12. Si una letra de S/. 360 000 se hubiera negociado 7 días después, su valor actual hubiera sido S/. 8 400 mayor ¿Cuánto se recibió por ella si se negoció 15 días antes de su vencimiento?

A) 340 000
B) 341 000
C) 342 000
D) 343 000
E) 344 000

$$\frac{D_c}{t} = cte$$

Resolución:

Se cumple $\frac{8400}{7} = \frac{D_c}{15} \rightarrow D_c = 18000$

Del gráfico

Pide $V_n = V_n - D_c$

$V_n = 360000 - 18000$

$\therefore V_n = S/342000$

PROBLEMAS

13. Una persona negocia una letra que vence dentro de un año con 3 meses y recibe por ello los $\frac{8}{11}$ de lo que hubiera recibido si hacia efectivo 5 meses antes de la fecha de vencimiento. Calcule la tasa de descuento (en %).

A) 25,5 B) 26,8 C) 27,8
D) 28,8 E) 29,8

$\frac{8}{11}(11k) = 8k$

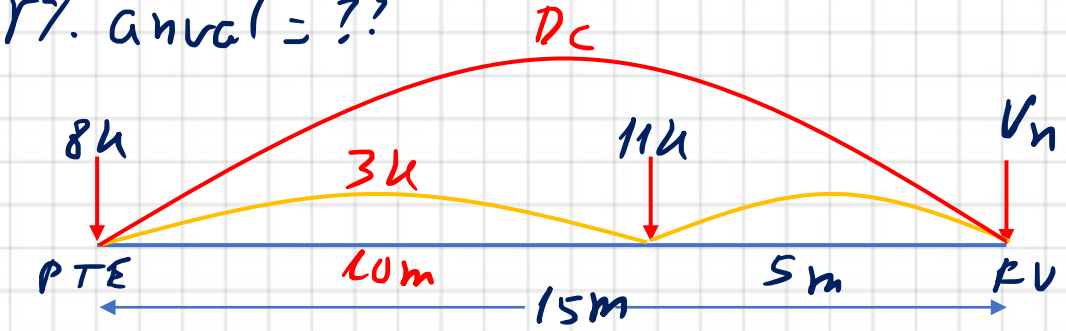
Propiedad

Cuando se utiliza Dc

Se cumple: $\frac{Dc}{t} = cte$

Resolución:

r% anual = ??



Se cumple

$\frac{Dc}{15} = \frac{3k}{10} \rightarrow Dc = 4,5k$

Del gráfico $Vn = 8k + Dc \rightarrow Vn = 12,5k$

Como $Dc = 4,5k$

$12,5k \cdot \frac{r}{100} \cdot \frac{15}{12} = 4,5k \rightarrow r = 28,8$

∴ Rpta: 28,8% anual

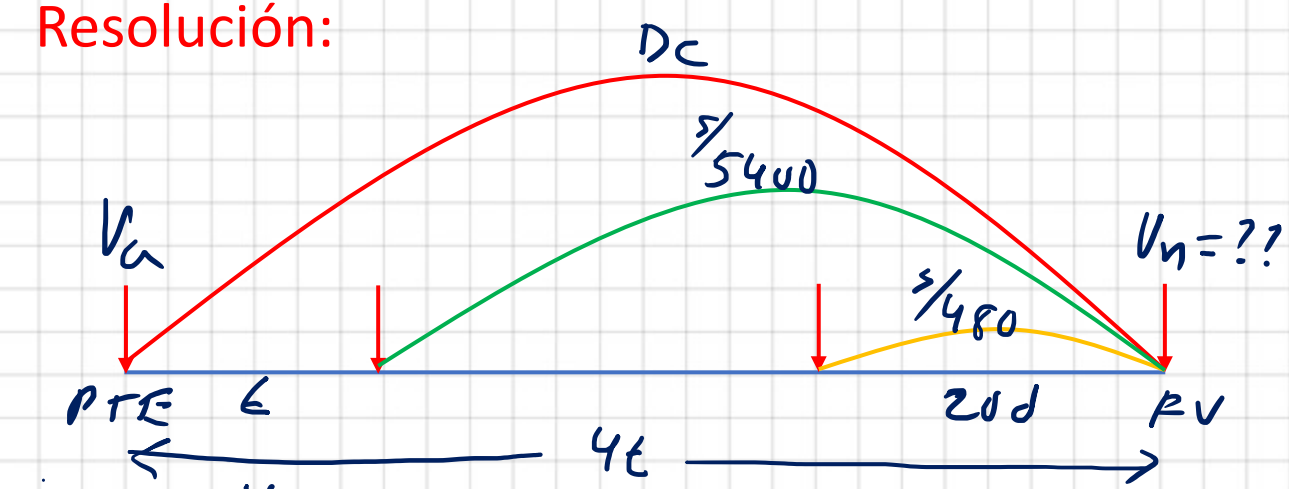
PROBLEMAS

14. Si una letra se descontara 20 días antes de su vencimiento, recibiría un descuento de S/. 480. Calcule el valor nominal de la letra, si la suma de dicho valor nominal con su valor actual es a su tiempo de vencimiento como 638 es a 3. Sabiendo además que si se descontara dentro de la cuarta parte del tiempo que falta, el descuento sería de S/. 5400

A) 35 000 B) 35 500 C) 36 000
D) 36 500 E) 37 000

$$\frac{D_c}{t} = d_o$$

Resolución:



$$D_{c/o} \quad \frac{V_n + V_a}{4t} = \frac{638}{3} \quad \cdots (1)$$

Se cumple $\frac{D_c}{4t} = \frac{5400}{3t} = \frac{480}{20}$

$\therefore D_c = S/7200$; $t = 75$ días

En (1) $V_n + V_a = 63800$

$\therefore V_n - V_a = 7200$

Resolv. $V_n = S/35500$

PROBLEMAS

15. Se tiene una letra que vence dentro de 6 meses y que será descontada al 30% anual. Si se quiere cambiarla por otra letra que venza dentro de 8 meses ¿En qué porcentaje variará el valor nominal de la letra?

A) 5,26 B) 6,25 C) 7,5
D) 10 E) 15

Recordando

Si se utiliza Dc

$V_G = V_n - Dc$

$V_G = V_n - V_n \cdot r\% \cdot t$

$\therefore \boxed{V_G = V_n(1 - r\% \cdot t)}$

Resolución:

1ª		2ª
V_n	<>	V_n'
6m		8m

r% = 30% anual

Por cambio de letras

$V_{G_1} = V_{G_2}$

$V_n\left(1 - \frac{30}{100} \cdot \frac{6}{12}\right) = V_n'\left(1 - \frac{30}{100} \times \frac{8}{12}\right)$

$V_n\left(\frac{1020}{1200}\right) = V_n'\left(\frac{960}{1200}\right) \rightarrow V_n' = 1,0625\ V_n$

$V_n' = 106,25\%\ V_n$

Obs $V_n \longrightarrow 106,25\%\ V_n$

$\therefore$ Aumentó en 6,25%

17. Se tienen n letras de igual valor nominal que vence dentro de 1, 2, 3, 4 .....; n meses. Se desea reemplazar las n letras por una sola en vencimiento común. Dentro de cuántos meses será el vencimiento de dicha letra única.

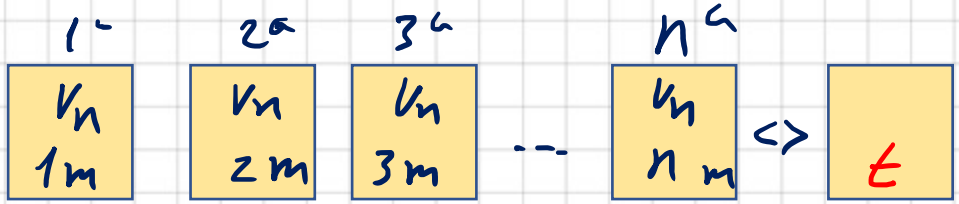
A) n/2 B) n C) (n + 1)/2

D) n + 1 E) (n+2)/2

En Vencimiento común

$$t = \frac{Vn_1 t_1 + Vn_2 t_2 + Vn_3 t_3}{Vn_1 + Vn_2 + Vn_3}$$

Resolución:

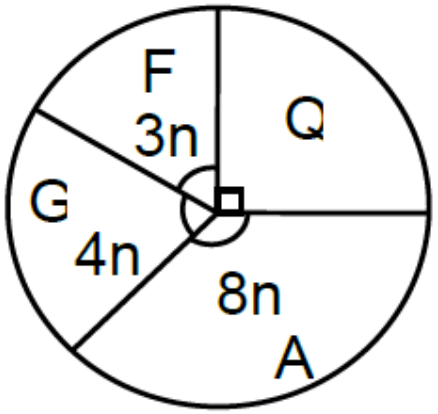


Por vencimiento común

$$t = \frac{Vn(1) + Vn(2) + Vn(3) + \cdots + Vn(n)}{n\,Vn}$$

$$t = \frac{\frac{n(n+1)\,Vn}{2}}{n\,Vn} = \frac{n+1}{2}$$

19. El diagrama indica las preferencias de N alumnos por los cursos A, G, F y Q. Se sabe que prefieren A, 200 más que los que prefieren F. Si x es la mínima diferencia entre los integrantes de estos grupos, el valor de $N+n+x$ es:



A) 800 B) 858 C) 928
D) 996 E) 1024

Resolución:

Se cumple: $15n + 90 = 360 \rightarrow n = 18$

* $A - F = 200$

Del gráfico

$$\frac{A}{144} = \frac{G}{72} = \frac{F}{54} = \frac{Q}{90} = \frac{x}{18} = \frac{200}{90} = \frac{N}{360}$$

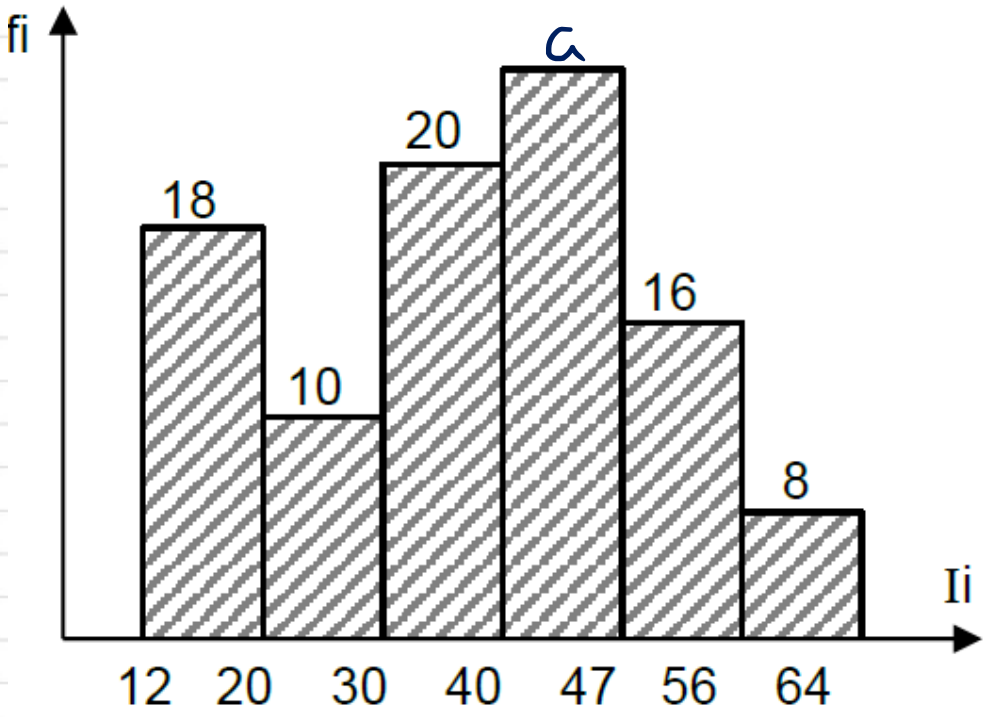
$18 \quad 36$

Dato $x = G - F$

Luego $x = 40$; $N = 800$

Piden $N + n + x = 800 + 18 + 40 = 858$

21. Dado el siguiente histograma



Si la mediana es 40,5, calcule la moda.

A) 40,24 B) 41,66 C) 42,30
D) 42,80 E) 43,4

Rpta: Clase modal: [40; 47>

Resolución:

$M_e = 40,5 \rightarrow$ Clase mediana: [40; 47>

I_i	x_i	f_i	F_i	
[12; 20>		18	18	$n = 72+a$
[20; 30>		10	28	
[30; 40>		20	48	$\rightarrow F_{i-1}$
[40; 47>		a	48+a	$\rightarrow F_i$
[47; 56>		16	64+a	
[56; 64>		8	72+a	

$$M_e = L_i + w\left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right] = 40,5$$

$$40 + 7\left[\frac{\frac{72+a}{2} - 48}{a}\right] = 40,5 \rightarrow a = 28$$

Cálculo de la moda

$$M_o = L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) = 40 + 7\left(\frac{8}{8+12}\right) = 42,80$$

PROBLEMAS

23. En la siguiente tabla se muestra la distribución de frecuencia de las edades de los empleados de una fábrica. si los intervalos son igual ancho, determine la mediana.

l_i	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[20-30⟩		9			
[30-40⟩	35	6	15	0,1	
[40-50⟩		18	33	0,3	
[50-60⟩	55	15	48		
[60-70⟩		12	60		
Total		60			

A) 42 B) 45 C) 48

D) $48,\widehat{3}$ E) 49,22

Resolución:

* $55-35=2w \rightarrow w=10$

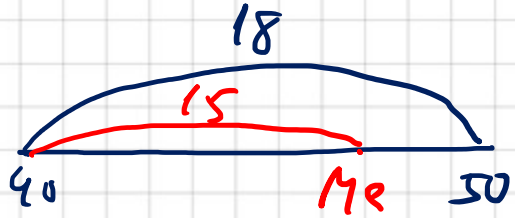
Obs $n=60$

$$h_i=\frac{f_i}{n} \rightarrow f_i=h_i \cdot n$$

Cálculo de la mediana

1') $n=60 \rightarrow \frac{n}{2}=30$

2.)



Se cumple: $\frac{15}{18}=\frac{Me-40}{10}$

$\therefore Me=48,\widehat{3}$

PROBLEMAS

25. Durante un mes ocho vendedores de equipos de aire acondicionado vendieron los siguientes números de unidades de dichos equipos:
8; 11; 5; 14; 8; 11; 16 y 11
La desviación estándar para estos datos es:

A) 3,00 B) 3,15 C) 3,28
D) 3,338 E) 3,89

Recordando

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$\sigma^2 \rightarrow$ Varianza

$\sigma \rightarrow$ desviación estándar

Resolución:

Datos: 8; 11; 5; 14; 8; 11; 16; 11

1°) $\bar{x} = \frac{8+11+5+14+8+11+16+11}{8} = 10,5$

2°) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\sigma^2 = \frac{6,25+0,25+30,25+12,25+6,25+0,25+30,25+0,25}{8}$

$\sigma^2 = 10,75$

Piden $\sigma = 3,28$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS